

**Государственная (итоговая) аттестация по образовательным
программам основного общего образования по МАТЕМАТИКЕ**

**Демонстрационный вариант
контрольных измерительных материалов для проведения
в 2025 году государственного экзамена
по МАТЕМАТИКЕ**

Пояснения к демонстрационному варианту экзаменационной работы

Демонстрационный вариант предназначен для того, чтобы дать возможность участнику экзамена и широкой общественности составить представление о структуре будущей экзаменационной работы, числе и форме заданий, а также их уровне сложности. Эти сведения дают возможность выработать стратегию подготовки к сдаче экзамена по математике.

Задания демонстрационного варианта не отражают всех вопросов содержания, которые могут быть включены в контрольные измерительные материалы в 2025 году. Структура работы приведена в спецификации, а полный перечень вопросов — в кодификаторах элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников организаций образования для проведения государственной итоговой аттестации в 2025 году по математике.

К каждому заданию приведены варианты решения.

Приведённые критерии оценивания позволяют составить представление о требованиях к полноте и правильности решений.

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». В каждом модуле две части, которые различаются по содержанию, сложности и числу заданий, соответствующих проверке на базовом и повышенном уровнях сложности.

Модуль «Алгебра» содержит 12 заданий: в части 1 — 9 заданий (1– 9) с кратким ответом; в части 2 — 3 задания (14 – 16) с развернутым ответом.

Модуль «Геометрия» содержит 6 заданий: в части 1 — 4 задания (10 – 13) с кратким ответом; в части 2 — 2 задания (17 – 18) с развернутым ответом.

Всего в работе 18 заданий, из которых 13 заданий базового уровня, 4 задания повышенного уровня и 1 задание высокого уровня сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Правильное решение каждого из заданий 1- 13 оценивается одним баллом.

Правильное решение каждого из заданий 14, 15, 17, 18 - 2 баллами, задание 16 – 3 баллами.

Максимальный первичный балл за выполнение всей работы — 24 балла. Из них на модуль «Алгебра» приходится 16 баллов, а на модуль «Геометрия» - 8 баллов.

Для успешного прохождения итоговой аттестации необходимо набрать в сумме минимальное количество баллов, устанавливаемое ежегодно специальной Комиссией Министерства просвещения ПМР, из которых необходимое количество баллов устанавливается отдельно для модуля «Геометрия».

Задание с кратким ответом (1 - 13) считается выполненным, если в бланке ответов № 1 зафиксирован верный ответ в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа, числа или последовательности цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Ответ: -0,8.

0	-	0	,	8															
---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Задания 14–18 с развёрнутым ответом, в числе которых четыре задания повышенного и одно задание высокого уровня сложности. Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом.

Все бланки регистрации и ответов заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, капиллярной или перьевой ручек.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ**АЛГЕБРА**

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- Если квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$ имеет один корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n), первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы n первых членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии (b_n), первый член которой равен b_1 и знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

- Формула суммы n первых членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}$$

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ГЕОМЕТРИЯ

- Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.
- Радиус r окружности, вписанной в правильный треугольник со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{6}a$.
- Радиус R окружности, описанной около правильного треугольника со стороной a , равен $\frac{\sqrt{3}}{3}a$.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R – радиус описанной окружности.

- Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

- Формула длины l дуги окружности радиуса R :

$$l = 2\pi R.$$

- Формула длины l дуги окружности радиуса R , на которую опирается центральный угол в φ градусов:

$$l = \frac{2\pi R\varphi}{360}.$$

- Формула площади S параллелограмма со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = ah.$$

- Формула площади S треугольника со стороной a и высотой h , проведённой к этой стороне:

$$S = \frac{1}{2}ah.$$

- Формула площади S трапеции с основаниями a, b и высотой h :

$$S = \frac{a+b}{2}h.$$

- Формула площади S круга радиуса R :

$$S = \pi R^2.$$

Часть 1

Ответами к заданиям 1–13 являются цифра, число или последовательность цифр. Ответ следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Модуль «Алгебра»

1. Действия с обыкновенными и десятичными дробями. Степени.

Найдите значение выражения $15 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 8 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$

Решение.

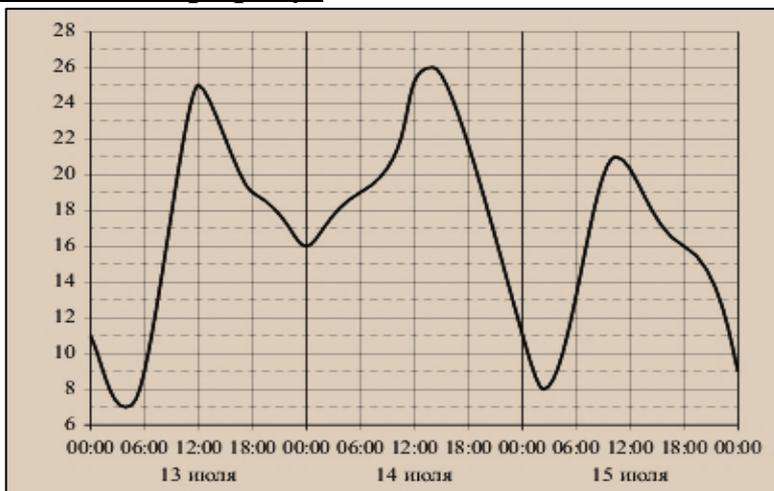
Вынесем общий множитель за скобки:

$$\begin{aligned} 15 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + 8 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) &= \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot \left(15 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + 8\right) = \\ &= \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot (-5 + 8) = \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot 3 = -1 \end{aligned}$$

Ответ: -1.

2. Определение и вычисление величин по графику.

На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку **разность** между наибольшей и наименьшей температурой воздуха 15 июля. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Решение.

Из графика видно, что 15 июля наибольшая температура составляла 21 °С, а наименьшая 8 °С. Их разность составляет 13 °С.

Ответ: 13.

3. Решение уравнений и их систем.

Решите систему уравнений $\begin{cases} 4x - 2y = 2, \\ 2x + y = 5. \end{cases}$
В ответ запишите $x + y$.

Решение.

Разделим обе части первого уравнения на 2 и решим систему методом подстановки:

$$\begin{cases} 4x - 2y = 2, \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = 1, \\ 2x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 1, \\ 2x + 2x - 1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2x - 1, \\ 4x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2, \\ x = 1,5. \end{cases}$$

Искомая сумма равна 3,5.

Ответ: 3,5.

4. Простейшие задачи на проценты.

Тетрадь стоит 24 рубля. Сколько рублей заплатит покупатель за 60 тетрадей, если при покупке больше 50 тетрадей магазин делает скидку 10% от стоимости всей покупки?

Решение.

За 60 тетрадей покупатель заплатил бы $60 \cdot 24 = 1440$ рублей. Скидка составит 10%, т. е. 144 рубля. Значит, покупатель заплатит $1440 - 144 = 1296$ рублей.

Ответ: 1296.

5. Начала теории вероятностей.

В лыжных гонках участвуют 11 спортсменов из России, 6 спортсменов из Норвегии и 3 спортсмена из Швеции. Порядок, в котором спортсмены стартуют, определяется жребием. Найдите вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из России.

Решение.

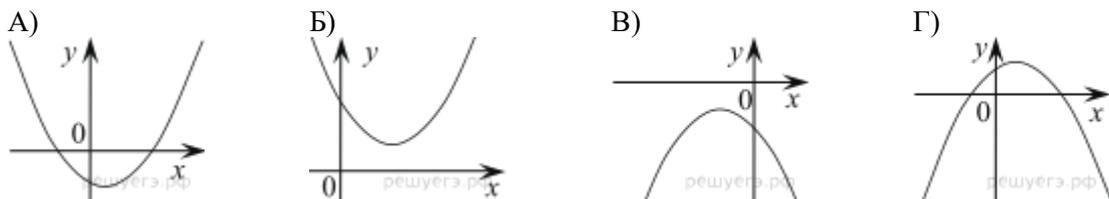
Всего спортсменов $11 + 6 + 3 = 20$ человек. Поэтому вероятность того, что первым будет стартовать спортсмен из России равна $\frac{11}{20} = 0,55$.

Ответ: 0,55.

6. Графики функций.

На рисунке изображены графики функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Для каждого графика укажите соответствующие ему значения коэффициента a и дискриминанта D .

Графики



Знаки чисел

- 1) $a > 0, D > 0$ 2) $a > 0, D < 0$ 3) $a < 0, D > 0$ 4) $a < 0, D < 0$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

Решение.

График функции $y = ax^2 + bx + c$ — парабола. Ветви этой параболы направлены вверх, если $a > 0$ и вниз, если $a < 0$. При $D > 0$ уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ имеет два корня, то есть график функции $y = ax^2 + bx + c$ имеет два пересечения с осью абсцисс. Если $D < 0$, то корней нет, а соответственно график не пересекает ось абсцисс.

Таким образом, получаем ответ: А — 1, Б — 2, В — 4, Г — 3.

Ответ: 1243.

7. Арифметическая и геометрическая прогрессии.

Даны пятнадцать чисел, первое из которых равно 6, а каждое следующее больше предыдущего на 4. Найти пятнадцатое из данных чисел.

Решение.

Последовательность, описанная в условии, образует арифметическую прогрессию с первым членом, равным шести, и разностью 4. Пятнадцатый член данной прогрессии равен: $a_{15} = a_1 + 14d = 6 + 4 \cdot 14 = 6 + 56 = 62$.

Ответ: 62.

8. Вычисление алгебраических выражений

Упростите выражение $(2 - c)^2 - c(c + 4)$, найдите его значение при $c = 0,5$. В ответ запишите полученное число.

Решение.

Упростим выражение:

$$(2 - c)^2 - c(c + 4) = 4 - 4c + c^2 - c^2 - 4c = -8c + 4.$$

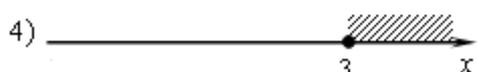
Найдём значение полученного выражения при $c = 0,5$:

$$-8 \cdot 0,5 + 4 = -4 + 4 = 0.$$

Ответ: 0.

9. Решение неравенств.

На каком рисунке изображено множество решений неравенства $x^2 - 4x + 3 \geq 0$? В ответе укажите номер правильного варианта.



Решение.

Решим неравенство: $x^2 - 4x + 3 \geq 0$. Корнями уравнения $x^2 - 4x + 3 = 0$ являются числа 1 и 3. Поэтому

$$x^2 - 4x + 3 \geq 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x - 3) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 3, \\ x \leq 1. \end{cases}$$

Множество решений неравенства изображено на рис. 1.

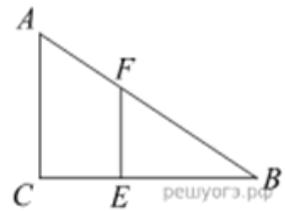
Правильный ответ указан под номером 1.

Ответ: 1.

Модуль «Геометрия»

10. Практические задачи по геометрии.

Человек ростом 1,8 м стоит на расстоянии 12 м от столба, на котором висит фонарь на высоте 5,4 м. Найдите длину тени человека в метрах.



Решение.

Столб и человек образуют два прямоугольных треугольника ABC и FEB . Эти треугольники подобны по двум углам. Пусть длина тени равна x , тогда $\frac{AC}{FE} = \frac{BC}{BE}$ откуда $\frac{5,4}{1,8} = \frac{12+x}{x} \Leftrightarrow x = 6$

Поэтому длина тени равна 6 м.

Ответ: 6.

11. Треугольники, четырехугольники, окружность, круг и их элементы.

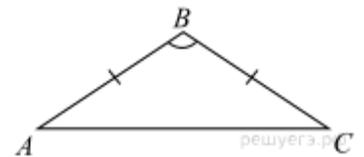
В треугольнике ABC известно, что $AB = BC$, $\angle ABC = 108^\circ$. Найдите угол BCA . Ответ дайте в градусах.

Решение.

Треугольник ABC - равнобедренный,

следовательно, $\angle BAC = \angle BCA = \frac{180^\circ - 108^\circ}{2} = 36^\circ$

Ответ: 36



12. Площади фигур.

Найдите площадь параллелограмма, изображённого на рисунке.

Решение.

Площадь параллелограмма равна произведению длины основания на высоту: $S = (3 + 7) \cdot 4 = 40$.

Ответ: 40.



13. Анализ геометрических высказываний.

Укажите номера верных утверждений.

- 1) Биссектриса равнобедренного треугольника, проведённая из вершины, противоположной основанию, делит основание на две равные части.
- 2) В любом прямоугольнике диагонали взаимно перпендикулярны.
- 3) Для точки, лежащей на окружности, расстояние до центра окружности равно радиусу.

Если утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания.

Решение.

Проверим каждое из утверждений.

- 1) «Биссектриса равнобедренного треугольника, проведённая из вершины, противоположной основанию, делит основание на две равные части» — верно по свойству равнобедренного треугольника.

2) «В любом прямоугольнике диагонали взаимно перпендикулярны» — *неверно*, это утверждение справедливо исключительно для ромба, а не для прямоугольника.

3) «Для точки, лежащей на окружности, расстояние до центра окружности равно радиусу» — *верно*, т. к. окружность — множество точек, находящихся на заданном расстоянии от данной точки.

Ответ: 13.

Часть II

Для записи решений и ответов на задания 14- 18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (14,15 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

Модуль «Алгебра»

14. Алгебраические выражения, уравнения, неравенства и их системы.

Решите систему уравнений
$$\begin{cases} (x-4)(y-6) = 0, \\ \frac{y-4}{x+y-8} = 2. \end{cases}$$

Решение.

1 способ

Выразим одну переменную через другую из второго уравнения и подставим полученное выражение в первое уравнение

$$\begin{cases} (x-4)(y-6) = 0, \\ \frac{y-4}{x+y-8} = 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-4)(y-6) = 0, \\ (y-4) = 2x + 2y - 16, \Leftrightarrow \\ x + y - 8 \neq 0; \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-4)(-2x+12-6) = 0, \\ y = -2x + 12, \\ x + y - 8 \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3, \\ y = 6. \end{cases}$$

Заметим, что пара корней (4; 4) не является корнями уравнения, потому что при $x = 4, y = 4$ знаменатель второго уравнения обращается в ноль.

2 способ

Произведение двух множителей равно нулю тогда и только тогда, когда хотя бы один из множителей равен нулю, а другой при этом имеет смысл.

$$\begin{cases} (x-4)(y-6) = 0, \\ \frac{y-4}{x+y-8} = 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x-4 = 0, \\ y-6 = 0 \end{cases} \\ \frac{y-4}{x+y-8} = 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x-4 = 0, \\ \frac{y-4}{x+y-8} = 2, \end{cases} \\ \begin{cases} y-6 = 0, \\ \frac{y-4}{x+y-8} = 2; \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4, \\ \frac{y-4}{4+y-8} = 2, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4, \\ \frac{y-4}{y-4} = 2, \\ y = 6, \\ \frac{6-4}{x+6-8} = 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4, \\ y = 6, \\ \frac{2}{x-2} = 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6, \\ x - 2 = 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 6, \\ x = 3. \end{cases}$$

Ответ: (3; 6).

15. Текстовые задачи.

Первая труба пропускает на 2 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 130 литров она заполняет на 4 минуты быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объёмом 136 литров?

Решение.

Пусть вторая труба пропускает x литров воды в минуту, $x > 2$, тогда первая труба пропускает $x - 2$ литра в минуту.

Составим таблицу по данным задачи:

	Производительность(л/мин)	Время (мин)	Объём работ (л)
Первая труба	$x - 2$	$\frac{136}{x - 2}$	136
Вторая труба	x	$\frac{130}{x}$	130

Так как вторая труба заполнила резервуар на 4 минуты быстрее, получаем уравнение:

$$\frac{136}{x - 2} - \frac{130}{x} = 4$$

Решим уравнение:

$$\frac{136x - 130x + 260 - 4x^2 + 8x}{x(x - 2)} = 0 \Leftrightarrow \frac{2x^2 - 7x - 130}{x(x - 2)} = 0 \Leftrightarrow \frac{(2x + 13)(x - 10)}{x(x - 2)} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 13 = 0, \\ x - 10 = 0, \\ x(x - 2) \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6,5, \\ x = 10, \\ x(x - 2) \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -6,5, \\ x = 10. \end{cases}$$

Отбрасывая постороннее решение $-6,5$, получаем, что вторая труба пропускает 10 литров в минуту.

Ответ: 10 литров.

16. Функции и их свойства. Графики функций.

Найдите все значения k , при каждом из которых прямая $y=kx$ имеет с графиком функции $y = -x^2 - 6,25$ ровно одну общую точку. Постройте этот график и все такие прямые.

Решение.

Графики функций $y=kx$ и $y = -x^2 - 6,25$ будут иметь ровно одну общую точку, если уравнение

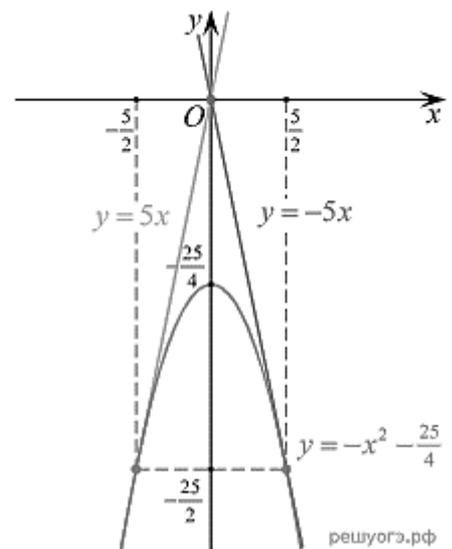
$$kx = -x^2 - 6,25 \Leftrightarrow x^2 + kx + 6,25 = 0$$

будет иметь один корень. Данное квадратное уравнение имеет один корень, если дискриминант этого уравнения равен нулю:

$$k^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow k^2 = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} k = -5, \\ k = 5. \end{cases}$$

Следовательно, при $k=-5$ и $k=5$ прямая $y=kx$

имеет ровно одну точку пересечения с параболой $y = -x^2 - 6,25$. Построим графики этих функций:

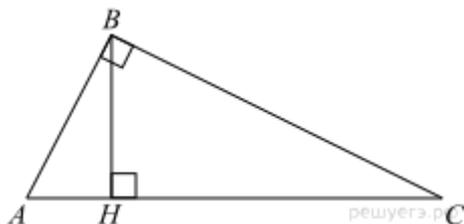


Ответ: -5; 5.

Модуль «Геометрия»

17. Геометрические задачи на вычисления.

Точка H является основанием высоты, проведённой из вершины прямого угла B треугольника ABC к гипотенузе AC . Найдите AB , если $AH = 5$, $AC = 20$.



Решение.

Поскольку BH — высота треугольника ABC , прямоугольные треугольники ABC и AHB подобны.

$$\text{Следовательно, } \frac{AB}{AC} = \frac{AH}{AB},$$

откуда $AB = \sqrt{AC \cdot AH} = 10$.

Ответ: 10.

18. Геометрические задачи на доказательство.

Докажите, что биссектрисы углов при основании равнобедренного треугольника равны. *Решение.*

Решение.

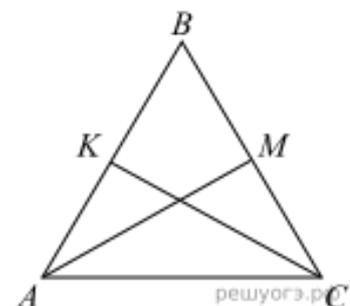
Имеем: $\triangle ABC$; $AB = CB$ $\angle ACK = \angle KCB = \angle MAC = \angle BAM$

Докажем, что $AM = CK$.

1) $\triangle ACK = \triangle CAM$ по стороне и двум прилежащим к ней углам:

а) AC — общая;

б) $\angle KAC = \angle MCA$ по свойству углов равнобедренного треугольника;



в) $\angle ACK = \angle MAC$ по определению биссектрисы и равенству углов при основании равнобедренного треугольника.

2) $KC = MA$ как соответствующие элементы равных треугольников.

Что и требовалось доказать.